

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 8 (ตอนที่ 1/5)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียน
บุรณกร

โดยช่วงตั้งแต่ 18 ต.ค. 59-3 มี.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี

1. ถ้า $f(1) = -4$ และ $f'(1) = 2$ แล้วสมการของเส้นตั้งฉากกับเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุดซึ่ง $x = 1$ คือสมการในข้อใดต่อไป

- 1) $y + 4 = \frac{1}{2}(x - 1)$
- 2) $y + 4 = -\frac{1}{2}(x - 1)$
- 3) $y + 4 = 2(x - 1)$
- 4) $y - 2 = 4(x - 1)$

2. คะแนนสอบวัดแววความเป็นครูครั้งที่หนึ่งมีการแจกแจงปกติ พืชราและเทพเกสร เข้าสอบในครั้งนี้ด้วย ถ้ามีจำนวนผู้เข้าสอบที่สอบได้คะแนนมากกว่าพืชรา 5.7% และมีจำนวนผู้เข้าสอบที่สอบได้คะแนนน้อยกว่าเทพเกสร 16.6% พืชราสอบได้คะแนนมากกว่าเทพเกสร 51 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 และ z บางค่า ดังนี้

z	0.97	1.58
พื้นที่	0.334	0.443

- 1) 20
- 2) 25
- 3) 400
- 4) 625

3. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยที่ $|\vec{BC}| = 1$, $|\vec{CA}| = 2$ ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง \vec{u} และ \vec{CB} โดย $\vec{u} = \frac{1}{3}(\vec{CA} + 2\vec{CB})$ และ $\cos \angle BCA = \frac{1}{4}$ แล้ว $\cos \theta$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
- 2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- 3) $\frac{\sqrt{10}}{8}$
- 4) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

4. นักดนตรี 4 คน คือ มาลินี คีรธร อรุณา และสาวิตรี เล่นดนตรีในมหกรรมดนตรีนานาชาติ แต่ละเพลงจะร่วมกันเล่นดนตรี 3 คน อีกคนหนึ่งนั่งพัก เมื่อการแสดงจบลง พบว่ามาลินีเล่น 7 เพลงมากกว่าคนอื่นๆ และสาวิตรีเล่น 4 เพลงน้อยกว่าคนอื่นๆ จำนวนเพลงที่นักดนตรีกลุ่มนี้เล่นเท่ากับเท่าใด

- 1) 7
- 2) 8
- 3) 9
- 4) 10

5. เขียนลำดับของเลขโดด 6 ตัวโดยสุ่ม เลขโดดแต่ละตัวเลือกจากเซต $\{0, 1\}$ เช่น 000000 หรือ 110110 หรือ ... ความน่าจะเป็นที่จะมีเลขโดด 0 อย่างน้อย 3 ตัวในลำดับเท่ากับเท่าใด

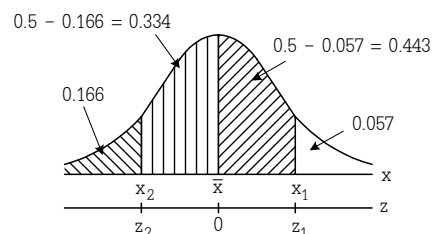
- 1) $\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{5}{16}$
- 3) $\frac{1}{8}$
- 4) $\frac{21}{32}$

เฉลย

1. เฉลย 2) $y + 4 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

ที่จุดซึ่ง $x = 1$ และ $y = -4$ เส้นสัมผัสมีความชัน $m_1 = f'(1) = 2$ และเส้นตั้งฉากกับเส้นสัมผัส มีความชัน $m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{2}$ สมการของเส้นตั้งฉากกับเส้นสัมผัสคือ $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y + 4 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

2. เฉลย 1) 20
ให้ x แทนคะแนนสอบวัดแววครู ซึ่งมี \bar{x} เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ s เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ให้ x_1 และ x_2 แทนคะแนนที่พืชราและเทพเกสรสอบได้ ตามลำดับ
ให้ z_1 และ z_2 เป็นค่ามาตรฐานของ x_1 และ x_2



เนื่องจากมีจำนวนผู้เข้าสอบที่สอบได้คะแนนมากกว่าพืชรา 5.7% ดังนั้นพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน บนช่วง $z > z_1$ เท่ากับ 0.057

และมีจำนวนผู้เข้าสอบที่สอบได้คะแนนน้อยกว่าเทพเกสร 16.6% ดังนั้นพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน บนช่วง $z < z_2$ เท่ากับ 0.166

จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานที่กำหนดให้ จะได้ว่า $z_1 = 1.58$ และ $z_2 = -0.97$

คะแนนสอบ x_1 และ x_2 มีความสัมพันธ์กับค่ามาตรฐาน z_1 และ z_2 ดังนี้

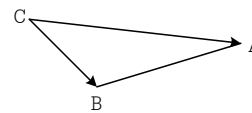
$$z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} \text{ หรือ } 1.58 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} \text{ หรือ } x_1 = \bar{x} + 1.58s \quad \dots(1)$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{s} \text{ หรือ } -0.97 = \frac{x_2 - \bar{x}}{s} \text{ หรือ } x_2 = \bar{x} - 0.97s \quad \dots(2)$$

เนื่องจากพืชราสอบได้คะแนนมากกว่าเทพเกสร 51 คะแนน นั่นคือ

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 51 \\ (\bar{x} + 1.58s) - (\bar{x} - 0.97s) &= 51 \\ 2.55s &= 51 \\ s &= 20 \end{aligned}$$

3. เฉลย 4) $\frac{\sqrt{10}}{4}$



จาก $\vec{u} = \frac{1}{3}(\vec{CA} + 2\vec{CB})$, $|\vec{BC}| = 1$, $|\vec{CA}| = 2$ และ $\cos \angle BCA = \frac{1}{4}$

จะได้ $\cos \angle BCA = \frac{\vec{CB} \cdot \vec{CA}}{|\vec{CB}||\vec{CA}|}$

$$\frac{1}{4} = \frac{\vec{CB} \cdot \vec{CA}}{(1)(2)}$$

$$\vec{CB} \cdot \vec{CA} = \frac{1}{2}$$

และ $\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{CB}}{|\vec{u}||\vec{CB}|}$

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{3}(\vec{CA} + 2\vec{CB}) \cdot \vec{CB}}{|\vec{u}|(1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(\vec{CA} \cdot \vec{CB} + 2|\vec{CB}|^2)}{|\vec{u}|}$$

แต่ $|\vec{u}| = \frac{1}{3}|\vec{CA} + 2\vec{CB}|$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{|\vec{CA}|^2 + 2\vec{CA} \cdot 2\vec{CB} + 4|\vec{CB}|^2}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{2^2 + 4(\vec{CA} \cdot \vec{CB}) + 4|\vec{CB}|^2}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{4 + 4\left(\frac{1}{2}\right) + 4(1)} = \frac{1}{3}(\sqrt{10})$$

ดังนั้น $\cos \theta = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + 2\right)}{\frac{1}{3}\sqrt{10}} = \frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

4. เฉลย 1) 7

คีรธรและอรุณา แต่ละคนอาจเล่นดนตรี 5 เพลงหรือ 6 เพลง ให้ N แทนจำนวนเพลงที่นักดนตรีกลุ่มนี้เล่น จะได้ว่า

$$3N = 4 + 5 + 5 + 7 = 21 \text{ หรือ } 3N = 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

$$\text{หรือ } 3N = 4 + 6 + 6 + 7 = 23$$

เนื่องจากแต่ละเพลงจะร่วมกันเล่น 3 คน ดังนั้น 3N ต้องหารด้วย 3 ลงตัว นั่นคือ 3N = 21 เท่านั้น ที่เป็นไปได้ ดังนั้น N = 7

5. เฉลย 4) $\frac{21}{32}$

ลำดับทั้งหมดที่เป็นไปได้มี 2^6 แบบ

ใน 2^6 แบบนี้เป็นลำดับที่มีเลขโดดศูนย์ 3 ตัว $\frac{6!}{3!1!} = 20$ แบบ

(เท่ากับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของเลขโดดศูนย์และหนึ่ง อย่างละ 3 ตัว)

เป็นลำดับที่มีเลขศูนย์ 4 ตัว $\frac{6!}{4!1!} = 15$ แบบ เป็นลำดับที่มีเลขศูนย์ 5 ตัว

$\frac{6!}{5!1!} = 6$ แบบ และเป็นลำดับที่มีเลขศูนย์ทั้ง 6 ตัวอีก 1 แบบ ดังนั้น ความ

น่าจะเป็นที่จะมีเลขโดดศูนย์อย่างน้อย 3 ตัว เท่ากับ $\frac{20 + 15 + 6 + 1}{2^6} =$

$$\frac{42}{64} = \frac{21}{32}$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com